

## Задачи по курсу «Физика. Механика. Термодинамика»

(ИБ-11, ПМ-11, РТ-11, РТ-12, РТ-13, ИКТ-11,  
ИТК-12, ИКТ-13, 1 семестр 2020/2021 уч. года)

### Механика

#### Кинематика материальной точки

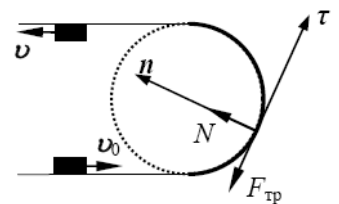
1. Точка движется по окружности со скоростью  $V = \alpha t$ , где  $\alpha$  – положительная постоянная. Найдите ее полное ускорение  $a$  в момент, когда она пройдет  $n = 1/2$  длины окружности после начала движения.
2. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса  $R$  так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент  $t = 0$  скорость точки равна  $V_0$ . Найдите зависимость скорости  $V$  точки от времени.
3. Точка движется, замедляясь, по окружности радиуса  $R$  так, что в каждый момент ее тангенциальное и нормальное ускорения одинаковы по модулю. В момент  $t = 0$  скорость точки равна  $V_0$ . Найдите зависимость скорости  $V$  точки от пройденного пути  $s$ .
4. За некоторое время частица прошла  $3/4$  окружности со средним значением модуля скорости  $\langle v \rangle$ . Найти модуль средней скорости частицы  $|\vec{v}_{cp}|$  за то же время.
5. За промежуток времени  $\tau = 10$  с точка прошла половину окружности радиуса  $R = 160$  см. Вычислить за это время:
  - а) среднее значение модуля скорости  $\langle v \rangle$ ;
  - б) модуль среднего вектора скорости  $|\vec{v}_{cp}|$ ;
  - в) модуль среднего вектора полного ускорения  $|\vec{a}_{cp}|$ , если точка двигалась с постоянным тангенциальным ускорением.
6. Частица движется вдоль оси  $x$  так, что проекция скорости на эту ось зависит от времени по закону  $\frac{dx}{dt} = \alpha\sqrt{x}$ , где  $\alpha$  – положительная постоянная. В момент времени  $t = 0$  частица находилась в начале координат. Каково среднее значение модуля скорости  $\langle v \rangle$  частицы за время, в течение которого она прошла путь  $s$ ?
7. Точка движется в плоскости  $xy$  по закону  $x = \alpha t$ ,  $y = \alpha t(1 - \beta t)$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – положительные постоянные. Найти:
  - а) уравнение траектории точки  $y(x)$ ; изобразить ее график;
  - б) скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки в зависимости от времени  $t$ ;
  - в) момент  $t_0$ , когда угол между скоростью и ускорением равен  $\pi/4$ .

#### Кинематика твердого тела

8. Колесо вращается с угловым ускорением  $\beta = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Через время  $t = 0,5$  с после начала движения полное ускорение точки на ободе колеса  $a = 13,6$  см/с<sup>2</sup>. Найти радиус  $R$  колеса.
9. Диск радиуса  $R = 10$  см начинает вращаться вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением  $\beta = 0,5$  рад/с<sup>2</sup>. Найдите тангенциальное ускорение  $a_\tau$ , нормальное ускорение  $a_n$  и полное ускорение  $a$  точки А, находящейся на периферии диска, через время  $t = 2$  с после начала вращения.

### Динамика материальной точки

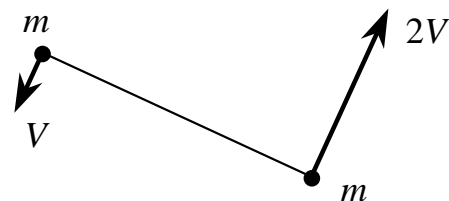
10. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Найдите коэффициент трения  $\mu$  между телом и плоскостью, если время подъема тела оказалось в  $n$  раз меньше времени спуска.
11. Шайбу положили на наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом, и сообщили направленную вверх начальную скорость  $v_0$ . Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен  $\mu$ . При каком значении угла  $\alpha$  шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние?
12. Лодка под парусом развила скорость  $V_0$ . После спуска паруса лодка продолжает свое движение в стоячей воде, причем действующая на лодку сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости. Найдите зависимость  $V(t)$  скорости лодки от времени и время  $t$  движения лодки до остановки. Масса лодки  $m$ , коэффициент сопротивления  $k$ .
13. Моторная лодка массы  $m = 400$  кг начинает двигаться по озеру. Сила тяги мотора  $F = 0.2$  кН. Считая силу сопротивления  $F_c$  пропорциональной скорости, определите скорость  $V$  лодки через время  $t = 20$  с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления  $k = 20$  кг/с.
14. Начальная скорость пули  $V_0 = 800$  м/с. При движении в воздухе за время  $t = 0,8$  с ее скорость уменьшилась до  $V = 200$  м/с. Масса пули  $m = 10$  г. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определите коэффициент сопротивления  $k$ . Действием силы тяжести пренебречь.
15. Катер массы  $m$  движется по озеру со скоростью  $v_0$ . В момент  $t = 0$  выключили его двигатель. Считая силу сопротивления пропорциональной скорости катера,  $\vec{F} = -r\vec{v}$ , найти:  
а) время движения катера с выключенным двигателем;  
б) скорость катера в зависимости от пути, пройденного с выключенным двигателем, а также полный путь до остановки.
16. Брусок скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью  $v_0$  и по касательной попадает в область, ограниченную забором в форме полуокружности (рис.). Определите время  $t_0$ , через которое брусок покинет эту область. Радиус кривизны забора  $R$ , коэффициент трения скольжения бруска о поверхность забора  $\mu$ . Размеры бруска много меньше  $R$ .



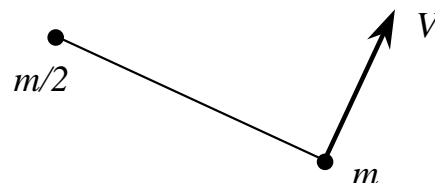
### Законы изменения и сохранения импульса. Система центра масс

17. Пушка массы  $M$  начинает свободно скользить вниз по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Когда пушка прошла путь  $l$ , произвели выстрел, в результате которого снаряд вылетел с импульсом  $\vec{p}$  в горизонтальном направлении, а пушка остановилась. Пренебрегая массой снаряда по сравнению с массой пушки, найти продолжительность выстрела.
18. Ствол игрушечной пушки направлен под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Найти скорость  $v$  пушки сразу после выстрела, если она не закреплена и может скользить по абсолютно гладкой поверхности. Модуль скорости снаряда относительно пушки сразу после выстрела равен  $v_0 = 2,2$  м/с, а его масса в  $n = 10$  раз меньше массы пушки.

19. Две небольшие шайбы массой  $m$  каждая связаны между собой нитью длины  $l$  и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость одной шайбы равна  $V$ , а другой –  $2V$ , причем векторы скоростей шайб перпендикулярны нити (рис.). Найдите силу  $T$  натяжения нити в процессе движения.



20. Две небольшие шайбы, массы которых равны  $m$  и  $m/2$ , связаны между собой нитью длины  $l$  и движутся по гладкой горизонтальной плоскости. В некоторый момент скорость шайбы массы  $m/2$  равна нулю, а другой –  $V$ , причем вектор  $\vec{V}$  перпендикулярен нити (рис.). Найдите силу  $T$  натяжения нити в процессе движения.

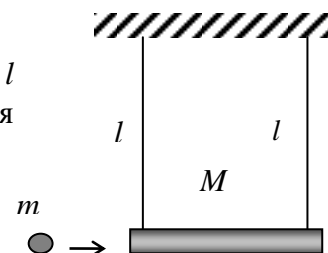


### **Законы изменения и сохранения механической энергии. Столкновение тел**

21. Два шара претерпевают центральный абсолютно неупругий удар. До удара шар массы  $m_2$  неподвижен, шар массы  $m_1$  движется с некоторой скоростью. Какая часть  $n$  первоначальной кинетической энергии теряется при ударе, если  $m_1 = 0.1 m_2$ ?
22. Два шара претерпевают центральный абсолютно неупругий удар. До удара шар массы  $m_2$  неподвижен, шар массы  $m_1$  движется с некоторой скоростью. Какая часть  $n$  первоначальной кинетической энергии теряется при ударе, если  $m_1 = m_2$ ?

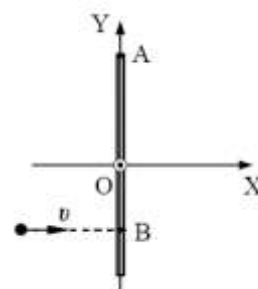
23. Летевшая горизонтально пуля массы  $m$  попала, застряв, в тело массы  $M$ , которое подвешено на двух одинаковых нитях длины  $l$  (см. рисунок). В результате нити отклонились на угол  $\theta$ . Считая  $m \ll M$ , найти:

- а) скорость пули перед попаданием в тело;  
б) относительную долю первоначальной кинетической энергии пули, которая перешла во внутреннюю энергию.



### **Момент силы, момент импульса. Закон сохранения момента импульса**

24. Шарик массы  $m$  бросили под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Найти модуль момента импульса  $L$  шарика относительно точки бросания в зависимости от времени движения. Вычислить  $L$  в вершине траектории, если  $m = 130$  г,  $\alpha = 45^\circ$  и  $v_0 = 25$  м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
25. К точке, радиус-вектор которой относительно начала координат  $O$  равен  $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$ , приложена сила  $\vec{F} = A\vec{i} + B\vec{j}$ , где  $a, b, A, B$  – постоянные,  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – орты осей  $x$  и  $y$ . Найти момент  $\vec{M}$  и плечо  $l$  силы  $\vec{F}$  относительно точки  $O$ .
26. На гладкой горизонтальной поверхности лежат небольшая шайба массой  $m$  и тонкий однородный стержень длиной  $L$  и массой  $M$ . Шайбе сообщили скорость  $v$  в горизонтальном направлении перпендикулярно стержню (см. рисунок). Шайба абсолютно упруго соударяется со стержнем в точке  $B$  на расстоянии  $l$  от его центра (точка  $O$ ). Определите это расстояние, если сразу после соударения шайба останавливается.



### *Динамика твердого тела*

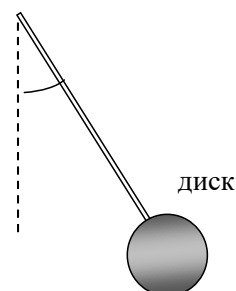
27. Вычислить момент инерции однородного сплошного конуса относительно его оси симметрии, если масса конуса  $m$  и радиус его основания  $R$ .
28. Определите момент инерции  $I$  тонкого однородного стержня длиной  $l$  и массой  $m$  относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его точку, отстоящую от конца стержня на  $l/3$ .
29. Определите момент инерции  $I$  однородного диска радиусом  $R$  и массой  $m$  относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через середину одного из радиусов.
30. Однородный цилиндр массой  $m = 4$  кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс цилиндра  $V_c = 1$  м/с. Определите кинетическую энергию  $T$  цилиндра.
31. Однородный шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Кинетическая энергия шара  $T = 14$  Дж. Определите кинетическую энергию  $T_1$  поступательного и  $T_2$  вращательного движения шара.
32. Тонкий обруч и сплошной однородный цилиндр, имеющие одинаковую массу, катятся без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс тел одинакова. Найдите отношение  $T_2/T_1$  кинетических энергий цилиндра и обруча.
33. Однородный шар массы  $m = 5,0$  кг скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Найдите кинетическую энергию шара через  $t = 1,6$  с после начала движения.
34. Сплошной однородный цилиндр массы  $m = 300$  г скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Найдите кинетическую энергию  $T$  цилиндра через  $t = 1.6$  с после начала движения. Начальная скорость цилиндра  $V_0 = 0$ .
35. Найдите ускорение  $a_c$  центра однородного шара массы  $m$ , скатывающегося без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом. Чему равна сила трения  $F_{тр}$  между шаром и плоскостью? Начальная скорость шара  $V_0 = 0$ .
36. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ , скатывается без скольжения сплошной однородный цилиндр, масса которого  $m = 300$  г. Найдите величину силы трения  $F_{тр}$  цилиндра о плоскость. Начальная скорость цилиндра  $V_0 = 0$ .

### *Механические колебания*

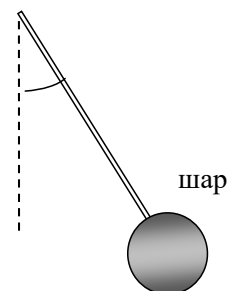
37. Точка совершает гармонические колебания вдоль некоторой прямой с периодом  $T = 0,60$  с и амплитудой  $a = 10,0$  см. Найдите среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь  $a/2$ :
  - а) из крайнего положения;
  - б) из положения равновесия.
38. Частица колеблется вдоль оси  $x$  по закону  $x = 0,1 \sin 6,28t$  (м). Найдите среднее значение модуля скорости  $\langle v \rangle$  частицы: а) за период колебания  $T$ ; б) за первую  $1/8$  часть  $T$ ; в) за вторую  $1/8$  часть  $T$ .
39. Частица совершает гармоническое колебание с амплитудой  $A$  и периодом  $T$ . Найдите:
  - а) время  $t_1$ , за которое смещение частицы из положения равновесия изменяется от 0 до  $A/2$ ;
  - б) время  $t_2$ , за которое смещение изменяется от  $A/2$  до  $A$ .

40. Найти период малых поперечных колебаний шарика массы  $m = 40$  г, укрепленного на середине натянутой струны длины  $l = 1$  м. Силу натяжения струны считать постоянной и равной  $F = 10$  Н. Массой струны и силами тяжести пренебречь.
41. Однородный стержень длины  $l$  совершает малые колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его верхний конец. Найдите частоту  $\omega$  таких колебаний. Трения нет.
42. Тонкий обруч, повешенный на вбитый горизонтально в стену гвоздь, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча  $R = 30$  см. Определите период  $T$  колебаний обруча.

43. Найдите частоту  $\omega$  малых колебаний “часового” маятника – однородного диска радиуса  $R$ , насаженного на невесомый стержень. Расстояние от центра диска до оси вращения маятника равно  $l$ .



44. Найдите частоту  $\omega$  малых колебаний “часового” маятника – однородного шара радиуса  $R$ , насаженного на невесомый стержень. Расстояние от центра шара до оси вращения маятника равно  $l$ .



45. Найдите амплитуду  $A$  и начальную фазу  $\varphi$  гармонического колебания, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных колебаний следующего вида:  
 $x_1 = 0,02 \sin(5\pi t + \pi/2)$ ,  $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \pi/4)$ .
46. Найти графически амплитуду  $A$  колебаний, которые возникают при сложении следующих колебаний одного направления:  
 $x_1 = 3,0 \cos(\omega t + \pi/3)$ ,  
 $x_2 = 8,0 \sin(\omega t + \pi/6)$ .
47. За время, в течение которого система совершает  $N = 100$  колебаний, амплитуда уменьшается в  $\eta = 5$  раз. Найдите добротность  $Q$  колебательной системы.
48. За время  $t = 16,1$  с амплитуда колебаний уменьшается в  $\eta = 5$  раз. Найдите коэффициент затухания  $\beta$ . За какое время  $\tau$  амплитуда уменьшится в  $e$  раз?
49. За время  $t = 10$  с амплитуда свободных колебаний уменьшается в  $N_1 = 10$  раз. За какое время  $\tau$  амплитуда уменьшится в  $N_2 = 100$  раз?
50. Определите логарифмический декремент затухания  $\lambda$  колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты  $\nu_0 = 10$  кГц на  $\Delta\nu = 2$  Гц.
51. Период собственных колебаний пружинного маятника  $T_0 = 0,55$  с. В вязкой среде тот же маятник совершает колебания с периодом  $T = 0,56$  с. Определите резонансную частоту  $\nu_{\text{рез}}$  колебаний.

### **Релятивистская механика**

52. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы  $\Delta t_0 = 10$  нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни  $\Delta t = 20$  нс?
53. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в лабораторной системе отсчета. Время пролета  $\Delta t = 20$  нс в лабораторной системе отсчета. В системе же отсчета, связанной со стержнем, метка движется вдоль него в течение  $\Delta t' = 25$  нс. Найти собственную длину стержня.
54. Два стержня одинаковой собственной длины  $l_0$  движутся в продольном направлении навстречу друг другу параллельно общей оси с одной и той же по величине скоростью  $V$  относительно лабораторной системы отсчета. Чему равна длина  $l'$  каждого стержня в системе отсчета, связанной с другим стержнем?
55. Определите импульс релятивистской частицы (в единицах  $mc$ ), если ее кинетическая энергия равна энергии покоя.
56. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в  $n = 4$  раза.

### **Молекулярная физика**

#### **Уравнение состояния газа. Процессы**

57. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением  $p = 1$  МПа. Определите парциальные давления  $p_1$  кислорода и  $p_2$  азота, если массовая доля кислорода в смеси  $n = 0,2$ . Молярные массы кислорода и азота равны соответственно  $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль и  $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.
58. Баллон вместимостью  $V = 30$  л содержит смесь водорода и гелия при температуре  $T = 300$  К и давлении  $p = 828$  кПа. Масса смеси  $m = 24$  г. Определите массу  $m_1$  водорода и массу  $m_2$  гелия. Молярные массы водорода и гелия равны соответственно  $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль и  $\mu_2 = 4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

#### **Первое начало термодинамики**

59. Какая работа  $A$  совершается при изотермическом расширении водорода массой  $m = 5$  г, взятого при температуре  $T = 290$  К, если объем газа увеличивается в три раза?
60. При адиабатическом сжатии кислорода массой  $m = 1$  кг совершена работа  $A' = 100$  кДж. Определите конечную температуру  $T_2$  газа, если до сжатия кислород находился при температуре  $T_1 = 300$  К. Показатель адиабаты для кислорода  $\gamma = 1,40$ .
61. Некоторую массу азота сжали в  $\eta = 5$  раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найдите отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие. Показатель адиабаты для азота  $\gamma = 1,40$ .

62. Азот массой  $m = 200$  г расширяется изотермически при температуре  $T = 280$  К, причем объем газа увеличивается в 2 раза. Найдите:

- а) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа;
- б) совершенную газом работу  $A$ ;
- в) количество теплоты  $Q$ , полученное газом.

Молярная масса азота  $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

63. Идеальный одноатомный газ нагревают так, что в процессе нагрева  $\frac{p}{V} = \text{const}$ . Определите молярную теплоемкость газа в этом процессе.

### ***Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Энтропия***

64. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа газа на участке изотермического расширения  $A_{12} = 5$  Дж. Определите работу  $A'_{34}$ , затраченную на изотермическое сжатие газа, если КПД цикла  $\eta = 0,2$ .

65. Найти (в расчете на моль) приращение энтропии углекислого газа при увеличении его температуры  $T$  в  $n = 2$  раза, если процесс нагревания:

- а) изохорический;
- б) изобарический.

Газ считать идеальным. Показатель адиабаты для углекислого газа  $\gamma = 1,30$ .

66. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равной первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в  $n = 3,3$  раза.

### ***Распределение Максвелла***

67. Найдите для окиси азота NO при  $T = 300$  К относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v_1 = 820$  м/с до  $v_2 = 830$  м/с.

68. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на  $\Delta v = 100$  м/с?

69. При какой температуре  $T$  воздуха средние скорости молекул азота  $N_2$  и кислорода  $O_2$  отличаются на  $\Delta v = 30$  м/с?

70. Зная функцию распределения молекул по скоростям, получите выражение для наиболее вероятной скорости  $v_{\text{вер}}$ .